2008 和歌山県立医科大学　数学

$\boxed{1}$

p, q を整数とする 3 次方程式 $x^3 + px^2 + qx - 29 - p + q = 0$ が相異なる 3 つの自然数解 α, β, γ $(\alpha < \beta < \gamma)$ をもつとする。

(1) $\alpha\beta\gamma + \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha + \alpha + \beta + \gamma + 1$ を因数分解せよ。

(2) α, β, γ を求めよ。

$\boxed{2}$

座標空間に 4 点 $\mathrm{A}(1,0,1)$，$\mathrm{B}(-1,2,-5)$，$\mathrm{C}(-3,1,-5)$，$\mathrm{D}(-3,0,-3)$ をとる。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{p}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \vec{q}$ とおくとき，$\triangle\mathrm{ABD}$ の面積は $\dfrac{1}{2}\sqrt{|\vec{p}|^2|\vec{q}|^2 - (\vec{p}\cdot\vec{q})^2}$ に等しいことを示せ。

(2) 点 C は，3 点 A,B,D で定まる平面上にあることを示せ。

(3) 四角形 ABCD の面積を求めよ。

$\boxed{3}$

$f(x) = (\sin x)^2 + (\sin 2x)^2$ の $0 < x < \pi$ における極値を求めよ。

$\boxed{4}$

以下の問いに答えよ。

(1) 自然数 n にたいして，$\dfrac{1}{t(1+t)^n} = \dfrac{1}{t} + \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \dfrac{-1}{(1+t)^k}$ が成り立つことを示せ。

(2) 自然数 n にたいして，不定積分 $\displaystyle\int \dfrac{1}{(1+e^x)^n}\,dx$ を求めよ。